Atomare & Subatomare 4. 12. 08

$$\hat{H}_{ges} = \hat{H}_{System} + \hat{H}_{Feld} + W$$

$\hat{H}_{System}$: H_{Kern}, H_{e^-}

$W \to H_{elm} = - \int d^3r \, \vec{j} \vec{A}$

1. Ordnung zeitabh. Störungstheor.

$\longrightarrow$ Goldene Regel v. Fermi

$$\lambda_{a \to e} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle e | \hat{W} | a \rangle \right|^2 \delta(E_e - E_a)$$

$$\vec{A}(\vec{r},t) = N \left(\sum_{k,\alpha} \vec{\pi}_\alpha e^{i\vec{k}\vec{r}} e^{-i\omega t} \hat{a}_{k\alpha} + \vec{\pi}^+_\alpha e^{-i\vec{k}\vec{r}} e^{i\omega t} \hat{a}^+_{k\alpha} \right)$$

$$\left(\vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \right) \vec{A} = \emptyset$$

Annahme: $\underset{\text{skalar. Pot.}}{\varphi = 0}$ $\quad \underset{\text{verschwind.}}{\vec{\nabla} \vec{A} = \emptyset}$

Lsg f $\vec{A}$: $\vec{A}(\vec{r},t) \sim j_\ell(kr) \, Y_{\ell m_\ell}(\vartheta, \varphi) \, e^{-i\omega t}$

Summe über alle Partialwellen fehlt noch

|| sphärische Entw.

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \sum_k \sum_\sigma \sum_{j_\gamma} \sum_m \left[\vec{A}^\sigma_{j_\gamma m}(k,\vec{r}) \, a^\sigma_{j_\gamma m}(k) \, e^{-i\omega t} + k.k. \right]$$

aus Annahme folgt: 2 unabh. Komp. von $\vec{A}$

Man sucht solche Komp. mit j_γ & wohldef. π (Parität)

$\longrightarrow$ elektrische / magnet. Multipol-momente $\quad \sigma = E, M$

$\vec{A}^E_{j_\gamma m}$ Parit: $(-1)^{j_\gamma+1}$

$\vec{A}^M_{j_\gamma m}$ $(-1)^{j_\gamma}$

Später : $Y_{em} \longrightarrow \vec{Y}_j^{\,\sigma}$

$$H_{elm} = -\sum_{k\sigma jm} \Big[\underbrace{K^{\sigma}_{j,m}(k)\; a^{\sigma}_{j,m}(k)}_{F(k)}\; e^{-i\omega t} + K^{+\sigma}_{j,m}(k)\; a^{+\sigma}_{j,m}\; e^{+i\omega t} \Big]$$

$$K^{\sigma}_{j,m}(k) = \int d^3r\; \vec{j}\; \vec{A}^{\sigma}_{j,m}(k,\vec{r})$$

Zustand $|a\rangle = \underbrace{|I\;M\rangle}_{\text{Kernzustand}} |\{n_i\}\rangle$

Kernzustand

Anzahl. FG

$$\lambda^{\text{absorption}}_{i\to f}(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | F | i\rangle|^2\; \delta(E_i + \hbar\omega - E_f)$$

enthält ein Photon

1. Term ist Maßgebend

Energie d. Kerns im Anfangszust.

Endzust.

$$\lambda^{\text{Emission}}_{i\to f}(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | F^{+} | i\rangle|^2\; \delta(E_i - E_f - \hbar\omega)$$

enthält kein Photon $\rightarrow$ Erzeugen

$$|i\rangle = |I\;M\rangle |n_1\; n_2 \dots n_n \dots\rangle$$

$$\lambda^{\text{abs}}_{i\to f}(k,\sigma, j, m) = \frac{2\pi}{\hbar}\; n_{k\sigma jm}\; |\langle I_f\, M_f | K^{\sigma}_{j,m}(k) | I_i\, M_i\rangle|^2 \cdot \delta(\hbar k c + E_i - E_f)$$

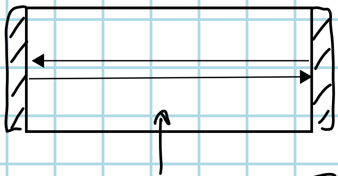
$$\langle n_1' \dots n_n' \dots | a_n(k) | n_1 \dots n_n \dots\rangle = \sqrt{n_i}\; \delta_{n_i, n_i'+1}$$

$$\lambda^{\text{Em.}}_{i\to f}(k\sigma j, m) = \frac{2\pi}{\hbar} (\underbrace{n_{k\sigma jm}}_{1} + \underbrace{1}_{2})\; |\langle I_f\, M_f | K^{+\sigma}_{j,m}(k) | I_i\, M_i\rangle|^2 \cdot \delta(\hbar k c + E_f - E_i)$$

① induzierte Emission   ② spontane Em.

Grundlage für Laser

$r_1 = 0{,}99$ // Reflektivität d. Spiegel



Energie Zufuhr

Weiter nur f. spontane Emission

Anfangszustand hat kein Photon

$$\lambda^{sp}_{i\to f} = \frac{2\pi}{\hbar} \left|\langle I_f M_f | K^{+\sigma}_{j_\gamma m}(k) | I_i M_i\rangle\right|^2$$

$$\vec A^{E}_{j_\gamma m}(k,-\vec r) = (-1)^{j_\gamma+1}\,\vec A_{j_\gamma m}(k,\vec r)$$

$$\vec A^{M}_{\dots}(k,-\vec r) = (-1)^{j_\gamma}\,\vec A_{\dots}(k,\vec r)$$

$\vec j = \vec\nabla\times\vec\mu(\vec r)$ // $j(-\vec r) = (-1)\,\vec j(\vec r)$

↓

$\mu_B \frac{1}{\hbar}(g_\ell \vec L + g_s \vec S)$ // $\vec r\times\vec p$

K^E	$(-1)^{j_\gamma}$
K^M	$(-1)^{j_\gamma+1}$

starke WW → Paritätserhaltend

$\pi_f(-1)^{j_\gamma}\pi_i = +1$

$M_f + m = M_i$

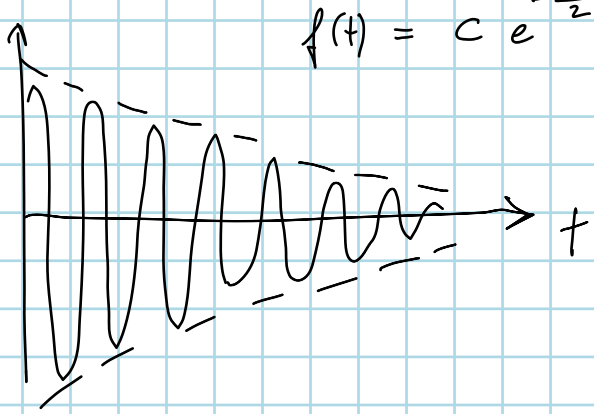
$$\boxed{\begin{array}{ll} E_{j_\gamma} & \pi_i\pi_f = (-1)^{j_\gamma} \\ M_{j_\gamma} & \pi_i\pi_f = (-1)^{j_\gamma+1} \end{array}}$$ // Paritätsauswahl.

Drehimpulsauswahl.

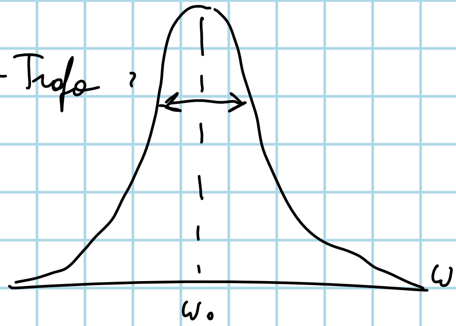
$$\boxed{\vec I_i = \vec I_f + \vec j_\gamma \Rightarrow |I_i - I_f| \le j_\gamma \le I_i + I_f}$$

elektr.m. Linie $\longrightarrow$ <u>natürliche Linienbreite</u>

$$f(t) = c\, e^{-\frac{\lambda}{2}t}\, e^{-i\omega_0 t}$$



fourier-Trafo ?



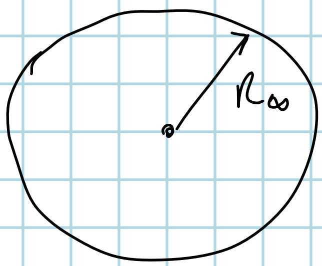
$$\lambda^{\text{spont}}_{i\to f}(\sigma, j_\gamma) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k\, m\, M_f} \int dE_i \int dE_f \; \varphi_i(\varepsilon_i)\, \varphi_f(\varepsilon_f)\, \delta(\hbar k c + \varepsilon_i - \varepsilon_f) \; *_1$$

im Endzust. alle M_f erlaubt

m & M_f abhängig

$$*_1 \quad \cdot \underbrace{\left| \langle I_f M_f \,|\, K^{+\sigma}_{j_\gamma m}(k) \,|\, I_i M_i \rangle \right|^2}_{\text{kann man vors } \int \text{ ziehen}}$$

Kern früher in Würfel eingespannt, jetzt in Kugel



$$j_l(kr) \xrightarrow[kr\to\infty]{} \frac{\sin\left(kr - l\frac{\pi}{2}\right)}{kr}$$

$$k_n R_\infty = \left(n\pi + l\frac{\pi}{2}\right)$$

$$k_n = \frac{1}{R_\infty}\left(n\pi + j_\gamma \frac{\pi}{2}\right)$$

// nur diskrete Schritte in der Kugel möglich!

$$j_\gamma \quad \underset{M}{l}, \; \underbrace{l+1, \; l-1}_{E}$$

Photon Spin = 1 ?

$$\sum_k \longrightarrow \int dk \frac{dn}{dk} = R_\infty \int dk$$

$$\boxed{\lambda^{sp}_{i\to f}(\sigma, j_\gamma) = \sum_{m, M_f} \frac{2R_\infty}{\hbar^2 c} \left| \langle I_f M_f | K^{+\sigma}_{j_\gamma m} | I_i M_i \rangle \right|^2}$$

$$\langle I_f M_f | K^{+E}_{j_\gamma m}(k) | I_i M_i \rangle = \sqrt{\frac{\mu_0 \hbar \omega}{R_\infty}} \frac{i\, k^{j_\gamma}}{(2j_\gamma+1)!!} \sqrt{\frac{j_\gamma+1}{j_\gamma}}$$

$$\langle I_f M_f | \hat{Q}_{j_\gamma m} | I_i M_i \rangle$$

// warum $\hat{Q}$? Multipolmoment – siehe KernET.

$\int d^3r \, \vec{j}\, \vec{A}^{\sigma}_{j_\gamma m}$ // $j_{j_\gamma}(kr)\, \vec{Y}_{j_\gamma m}$ / wenn $j_\gamma = 2$ → Quadrupolmom.

$$\xrightarrow[kr \to 0]{} \frac{(kr)^{j_\gamma}}{(2j_\gamma+1)!!}$$

$$\langle I_f M_f | K^{+M}_{j_\gamma m} | I_i M_i \rangle \to \sqrt{\frac{\mu_0 \hbar \omega}{R_\infty}} \frac{i\, k^{j_\gamma}}{(2j_\gamma+1)!!} \sqrt{\frac{j_\gamma+1}{j_\gamma}} \cdot$$

$$\cdot \langle I_f M_f | M_{j_\gamma m} | I_i M_i \rangle$$

reduzierte Übergangswahrscheinl.k. (Prüfung wichtig)

$$B(E_{j_\gamma}, I_i \to I_f) = \frac{1}{2I_i+1} \sum_{M_i M_f m} |\langle I_f M_f | \hat{Q}_{j_\gamma m} | I_i M_i \rangle|^2$$

I_i: Drehimpuls; $E \to M$; $\hat{Q} \to \hat{M}$; $\propto R^{2j_\gamma}$

$$E_\gamma = \hbar k c$$

$$\langle I_f M_f | \int d^3r \; r^{j_\gamma} Y_{j_\gamma m}(\vartheta, \varphi)\, \rho(\vec{r}) | I_i M_i \rangle \quad R^{j_\gamma}$$

$$\boxed{\lambda^{sp}_{i\to f}(E, j_\gamma) = \frac{3 \cdot 10^{23}}{5} \frac{E_\gamma}{197\,\mathrm{MeV\,fm}} \left(\frac{E_\gamma R}{197\,\mathrm{MeV\,fm}}\right)^{2j_\gamma}}$$