Atomare & Subatomare 22.01.09

$\forall$ siehe Kopien

$$i\,\partial_0 \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} -\sigma^i & \emptyset \\ \emptyset & \sigma^i \end{pmatrix} \partial_i \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} - \frac{mc}{\hbar} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^0 \\ \sigma^0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = \emptyset$$

$$\begin{cases} i\sigma_0 \partial_0 \psi_L - i\sigma^i \partial_i \psi_L - \frac{mc}{\hbar} \psi_R = \emptyset & \Rightarrow *_1 \\ i\sigma_0 \partial_0 \psi_R + i\sigma^i \partial_i \psi_R - \frac{mc}{\hbar} \psi_L = \emptyset & \Rightarrow *_2 \end{cases}$$

$$*_1 = i\,\tilde{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_L - \frac{mc}{\hbar} \psi_R = \emptyset$$

$$*_2 = i\,\sigma^\mu \partial_\mu \psi_R - \frac{mc}{\hbar} \psi_L = \emptyset$$

$$\tilde{\sigma}^\mu = (\sigma^0, -\sigma^1, -\sigma^2, -\sigma^3)$$

$$\sigma^\mu = (\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3)$$

$$\mathcal{L} = \underbrace{i\,\psi_L^\dagger \tilde{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_L}_{\text{Dynamik}} + i\,\psi_R^\dagger \sigma^\mu \partial_\mu \psi_R - \underbrace{\frac{mc}{\hbar}\left(\psi_L^\dagger \psi_R + \psi_R^\dagger \psi_L\right)}_{\text{Masse vorhanden}}$$

Wenn man eine Dynamik hat, so bleiben die händigen T unter sich. Ist eine Masse vorhanden, so mischen rechtsh. & linkshändige Terme $\longrightarrow$ T mit Masse kann Händigk. nicht wechseln

Paritätstrafo:

$$\vec{r} \xrightarrow{\pi} \vec{r}\,' = -\vec{r}$$

$$\vec{\nabla} \xrightarrow{\pi} \vec{\nabla}\,' = -\vec{\nabla}$$

Zeitkomponente ändert sich nicht unter π (spiegelt nur Raum)

$$\tilde{\gamma}^{\mu}\partial'_{\mu} = \gamma^0\partial'_0 - \gamma^1\partial'_1 - \gamma^2\partial'_2 - \gamma^3\partial'_3 =$$

$$\gamma^0\partial_0 - \gamma^1(-\partial_1) - \gamma^2(-\partial_2) - \gamma^3(-\partial_3) = \gamma^{\mu}\partial_{\mu}$$

Damit $\mathcal{L}$ invariant ist, muss was sein? ....

// aus $\tilde{\gamma}^{\mu}\partial_{\mu}$ wird $\gamma^{\mu}\partial_{\mu}$ → wie muss sich ψ ändern?

$$\psi_L^P(\vec{r}') = \underbrace{e^{i\alpha}}\psi_R(\vec{r})$$

Faktor wird $=1$ gesetzt

// alle ψ_L werden ψ_R

→ es passt wieder

			Π
$\psi_L^+\psi_R + \psi_R^+\psi_L$	Skalar	// Lorentz invar	$+1$
$i(\psi_L^+\psi_R - \psi_R^+\psi_L)$	Pseudoskalar		-1
$\psi_L^+\tilde{\gamma}^{\mu}\psi_L + \psi_R^+\gamma^{\mu}\psi_R$	polarer 4er Vektor (-1)		

$// \xrightarrow{\Pi} (\psi_R^+\tilde{\gamma}^{\mu}\psi_R)$ räuml. Komp ändern VZ

$\psi_L^+\tilde{\gamma}^{\mu}\psi_L - \psi_R^+\gamma^{\mu}\psi_R$ axialer Vektor $(+1)$

$\mathcal{L}$ muss hermitsch sein

Masse Teil ist sowieso hermitsch (reell bei Feld)

$$Re(A) = \frac{1}{2}(A + A^+)$$

$$Im(A) = \frac{1}{2i}(A - A^+)$$

Andere 2 Terme:

$$Im\ \mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_{\mu}\left[\psi_L^+\tilde{\gamma}^{\mu}\psi_L + \psi_R^+\gamma^{\mu}\psi_R\right]$$

Dirac gl. aus hamiltonschen Prinzip

$$S = \int_{x_1}^{x_2} d^4x\ \mathcal{L}$$

Imaginärteil trägt hier nix bei weg Ableitung → $*_2$

$*_2$ Im Argt nur an Endpunkten bei, diese sind aber fix → weglassen

→ statt $\mathcal{L}$ $\frac{1}{2}(\mathcal{L} + \mathcal{L}^+)$ nehmen

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{p},\varepsilon} \left(b_{\vec{p},\varepsilon}\, u_\varepsilon(\vec{p})\, e^{i(\vec{p}\vec{r} - Et)} + d^*_{\vec{p},\varepsilon}\, v_\varepsilon(\vec{p})\, e^{i(-\vec{p}\vec{r} + Et)} \right)$$

Schaut ähnlich aus wie bei Photonen, nur

2 verschiedene Amplituden b & d^* statt a & a^+

Amp f Teilchen Amp f Anti T

$$\mathcal{H} = \sum_{\vec{p},\varepsilon} \left(b^*_{\vec{p},\varepsilon} b_{\vec{p},\varepsilon} - d_{\vec{p},\varepsilon} d^*_{\vec{p},\varepsilon} \right) E_p$$

$$\vec{P} = \sum_{\vec{p},\varepsilon} \left(\text{— " —} \right) \vec{p}$$

kanonische Quantisierung

$[a_\lambda, a^+_{\lambda'}] = \delta_{\lambda\lambda'}$

Bosonen (bei Photonen)

hier:

$\{b_{\vec{p},\varepsilon}, b^+_{\vec{p}'\varepsilon'}\} = \delta_{\vec{p}\vec{p}'}\delta_{\varepsilon\varepsilon'}$

antik. hat Wirkung vom Pauli Prinzip

b^+ e^- Erzeug Op

d^+ Positron Erz. Op

$\{d_{\vec{p}\varepsilon}, d^+_{\vec{p}'\varepsilon}\} = \delta_{\vec{p}\vec{p}'}\delta_{\varepsilon\varepsilon'}$

& alle anderen antik. auch

$$\mathcal{H} = \sum_{\vec{p},\varepsilon} \left[b^+_{\vec{p},\varepsilon} b_{\vec{p},\varepsilon} + d^+_{\vec{p},\varepsilon} d_{\vec{p},\varepsilon} - 1 \right] ✓$$

$\bar{\psi} = \psi^+ \gamma_0$

Skalare: $\bar{\psi}\psi$

Pseudosk.: $i\bar{\psi}\gamma^5\psi$

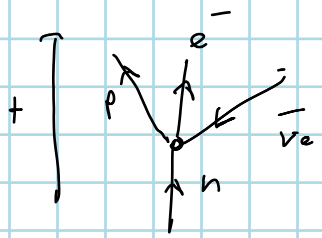
polaren V: $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ (−1)

axialen $\bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi$ (+1)

$H_{elm} = \int d^3r \; j_\mu A^\mu$ $\qquad A^\mu = \left(\frac{\varphi}{c}, \vec{A}\right)$

Lept. Stromdichte · Hadronenstr.

$j^\mu = e_0 c \underbrace{\bar{\psi} \gamma^\mu \psi}_{\text{4er Vektor f. Stromdichte}}$



$\hat{H}_{Fermi} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3r \; \underbrace{j_H^\mu(x) \; j_{L\mu}(x)}_{\text{WW am gleichen Punkt}}$ Strom-St. WW

// punktförmig

$j_H^\mu = \bar{\psi}_{\underset{n}{p}} \gamma^\mu \psi_{\underset{p}{n}}$ $\qquad j_L^\mu = \bar{\psi}_{\underset{\nu}{e}} \gamma^\mu \psi_{\underset{e}{\nu}}$

16 Kombinationen wie man p & n, e & ν kombiniert

+ Übergangsmatrixelem. gleich

V-A Theorie (Fermi)

Madame WU ⟶ Parität verletzt im β-Zerfall

$\bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L \cdot \bar{\psi}_H \gamma^5 \gamma^\mu \psi_H$ // Paritäts verletzende Kopp. bleibt über

$j_L^\mu = \bar{\psi}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\nu$ // vollständiges System

2 Konstante

$j_H^\mu = \bar{\psi}_p \gamma^\mu (g_v - g_a \gamma^5) \psi_n$

$$H_{V-A} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3r \; \bar{\psi}_p \gamma_\mu (g_v - g_a \gamma^5) \psi_n \; \bar{\psi}_e \gamma^\mu (1-\gamma^5) \psi_\nu$$

$$+ \text{ k.k.}$$

$g_v = 1$ $\quad\quad$ $g_a = 1{,}25$

$\downarrow$ $\quad\quad$ // Kopplungskonst. f. axiale V

Erhaltung von Vektorströmen

CVC

conserved vector current

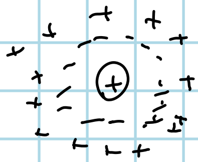
$\downarrow$

leichte Verletzung

PCAC partially conserved axial current

↳ kommt von Pionen

ähnlich wie bei e^- um Kern



<u>Hadronen</u> $\quad \psi_p = \begin{pmatrix} \chi_A \\ \chi_B \end{pmatrix}$ — gr. Komp. / — kl. Komp.

ψ_n

für nichtrel. T. $\quad \psi \sim \begin{pmatrix} \chi_A \\ \emptyset \end{pmatrix}$

Wieder in Standard Darst. gewechselt

$$\bar{\psi} \gamma_0 \psi = \psi^+ \psi = \chi_A^+ \chi_A$$

$$\bar{\psi} \vec{\gamma} \psi \sim \emptyset$$

$$\bar{\psi} \gamma_0 \gamma^5 \psi \sim \emptyset$$

$$\bar{\psi} \vec{\gamma} \gamma^5 \psi \sim \chi_A^+ \vec{\sigma} \chi_A$$

$\longrightarrow$ für nichtrel Hadronen

$$H_{V-A} = \frac{G_V}{\sqrt{2}} \int d^3r \, \chi_p^+ \chi_n \, \bar{\psi}_e \gamma^0 (1-\gamma^5) \psi_\nu$$

$$+ \frac{G_a}{\sqrt{2}} \int d^3r \, \chi_p^+ \vec{\tau} \chi_n \, \bar{\psi}_e \vec{\gamma} (1-\gamma^5) \psi_\nu \quad + k.k$$

$$G_v = G g_v \qquad G_a = G g_a$$

$$\psi_e = u_{ke} \, e^{-i \vec{k}_e \vec{r}} \qquad \psi_\nu = v_{k\nu} \, e^{i k_\nu \vec{r}}$$

$$\bar{\psi}_e \propto e^{+i \vec{k}_e \vec{r}} \qquad \vec{k} = \vec{k}_e + \vec{k}_\nu$$

$$\langle f | H_{V-A} | i \rangle = \frac{G_v}{\sqrt{2}} M_v \, u_{ke}^+ (1-\gamma^5) v_{k\nu}$$

// Matrixelem zw. Anfang & Endzust

$$+ \frac{G_a}{\sqrt{2}} \vec{M}_a \, u_{ke}^+ \gamma_0 \vec{\gamma} (1-\gamma^5) v_{k\nu}$$

Kern wirkt auf χ Anteile in H_{V-A} !!

$$M_v = \int d^3r \langle \chi_p^+ \chi_n \, e^{i\vec{k}\vec{r}} \rangle$$

$\vec{k}$ → Gesamtimp. d. Leptonenpaars geht ein

$$\vec{M}_a = \int d^3r \langle \chi_p^+ \vec{\tau} \chi_n \, e^{i\vec{k}\vec{r}} \rangle$$

$$\langle \chi_p^+ \chi_n \rangle = \langle I_f M_f | t^+ | I_i M_i \rangle$$

// LeiterOp im Isospinraum verwenden um p in n zu verwandeln

$$\langle \chi_p^+ \chi_n \, e^{i\vec{k}\vec{r}} \rangle = \cancel{+}1$$

// Partialwellenentw. (siehe Math)

$$\hookrightarrow \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) \, j_l(kr) \, P_l(\cos\vartheta) \underset{r \to 0}{=}$$

$$\sum_l \frac{(ikr)^l}{(2l-1)!!} P_l(\cos\vartheta)$$

$$*_1 \cdot \sum_{l=0}^{\infty} M_{\nu l} \frac{(ik)^l}{(2l-1)!!} \int d^3r \, \langle \chi_p^+ \chi_n \, r^l \, P_l \, (\cos\vartheta) \rangle$$

QZ vom Leptonen-Paar

$M_{\nu\, l=0} = M_F$ Fermi Matrix Elem

$\vec{M}_{\alpha\, l=\emptyset} = \vec{M}_{GT}$ Gamow Teller ME

Einer von beiden Übergängen ist $\neq \emptyset$

GT : $S_{Lept} = 1$

F : $S_{Lept} = \emptyset$

erlaubte β - Übergänge

l größer : Matrixelem. M werden kleiner

$(2l+1)!!$ wirkt sich aus

(1 fach 2 2 fach behindert $l = 1, 2$)

s & d Quarks mischen - Kabibo Mischung ...