Quanten II VO

Rest siehe Klopien (Anfang)

Mehrteilchensysteme

Identische Teilchen haben den Produkt Hilbertraum d. einzelnen Teilchen. Aussage: QM sind Teilchen ununterscheidbar, aber Vektoren im Produkthilbertraum sind unterschiedlich. ⇒ Man ändert WF dahingehend, dass sich diese nur mehr um eine Phase unterscheiden!

$$|\varphi_1, \varphi_2\rangle = \varphi\, |\varphi_2, \varphi_1\rangle$$

$|\varphi_1, \varphi_2\rangle$: Produkt WF; φ: Phase

// Physikalisch gleich, da Phase φ: $|\ |^2$ egal ist!

$\varphi = \pm 1$ (+: Bosonen, −: Fermionen)

siehe Kopien

Mathematisches Rüstzeug: Transposition – Austausch v. 2 Teilchen

Muss eine unitäre Trafo in $\mathcal{H}$ sein

$\mathcal{H}$: Hilbertraum

$$|\varphi_1 \cdots \varphi_N\rangle \longrightarrow |\varphi_1 \cdots \varphi_N\rangle_{id}$$

WF Übergang auf WF für identische Teilchen

Zuerst $\mathcal{H}$ f unterscheidbare konstruieren & dann modifizieren zu id. Teilchen

$$|\varphi_1, \varphi_2\rangle_{id} = (|\varphi_1, \varphi_2\rangle - |\varphi_2, \varphi_1\rangle) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\rangle_{id} = (|\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\rangle - |\varphi_2\ \varphi_1\ \varphi_3\rangle + |\varphi_3 \varphi_1\ \varphi_2\rangle - |\ \ldots\ \rangle \; |\ \ldots\ \rangle \; |\ \ldots\ \rangle) \cdot \frac{1}{\sqrt{3!}}$$

→ Dafür def man Antisymmetrisierungs-Op.
Ist ein Projektor welcher vom Raum d unterscheidb. Teilchen auf d. Unterraum d ununterscheidb. Teilchen projiziert

Pauli Verbot wird automatisch berücksichtigt weil 2 Zustände mit gleichen QZ als Diff den Ø Vektor haben und herausfallen

1) Konstruktion des $\mathcal{H}^{(B)}$ (Bosonen) & $\mathcal{H}^{(F)}$ (Fermionen) aus $\mathcal{H}^{\otimes N}$

2) Normierter Zustandsvektor ...

$$P_{\substack{\pi\pi' \\ \pi''}} \quad \text{sign}\ \pi\pi' = \mathcal{A}$$

siehe Kopien $\sqrt{N!}$ // Normierung

$$|\varphi_1 \ldots \varphi_N\rangle = \sqrt{N!}\,\mathcal{A}\,|\varphi_1 \ldots \varphi_N\rangle$$

$$_{id}\langle \varphi_1 \ldots \varphi_N | \varphi_1 \ldots \varphi_N\rangle_{id}$$

$$= \left(\frac{1}{N!}\right)^2 \sum_{\pi,\pi'} \underbrace{\langle \varphi_{\pi_1} \ldots \varphi_{\pi_N} | \varphi_{\pi'_1} \ldots \varphi_{\pi'_N}\rangle}_{N!} \cdot (\sqrt{N!})^2 = 1$$