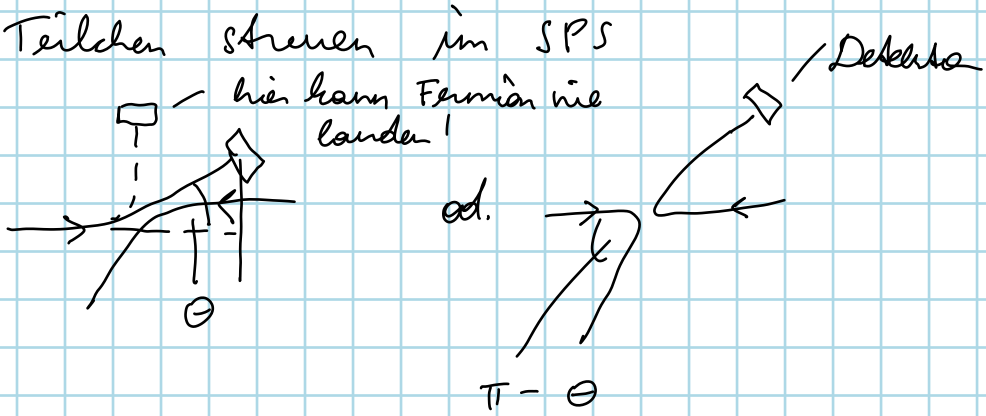
Quanten II VO 7.5.08

Vielteilchentheorie

2 Teilchen streuen im SPS



$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{cl}} = |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2$$

klassisch

QM: 2 Möglichkeiten, Bosonen & Fermionen

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{QM}} = |f(\theta) \pm f(\pi-\theta)|^2 \quad \overset{\text{Bosonen}}{\underset{\text{Fermionen}}{=}}$$

zB $\theta = \frac{\pi}{2}$ $\qquad f(\frac{\pi}{2}) - f(\pi - \frac{\pi}{2}) = \emptyset$ ...

daher Fermion nicht nach $\frac{\pi}{2}$!

$|\varphi_1, \varphi_2\rangle \in \mathcal{H}_{x_1} \otimes \mathcal{H}_{x_2}$

Π

$|\varphi_1\rangle_{(x_1)} |\varphi_2\rangle_{(x_2)}$

identisch $\rightarrow$ ununterscheidbar

$$|\varphi_1 \varphi_2\rangle = \underset{\pm 1}{e^{i\varphi}} |\varphi_2 \varphi_1\rangle$$

$$= \underbrace{e^{2i\varphi}}_{1} |\varphi_1 \varphi_2\rangle$$

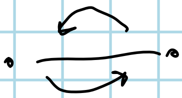
$$|\varphi_1 \varphi_2\rangle = \pm |\varphi_2 \varphi_1\rangle$$

$|\varphi_1, \varphi_2\rangle = e^{i\varphi} |\varphi_2 \varphi_1\rangle$

2-dim: anyonen   irgendeine Statistik

Spin statistics .... fractional Spin

$|\varphi_1 \varphi_2\rangle$



$e^{i\varphi}|\varphi_2 \varphi_1\rangle$

fraktionale Quanten-Hall Effekt

Parität wird d. externes B-Feld verletzt

// es gibt 2 dim Systeme wo logisches Argument nicht gilt!
durch weil Drehimpuls in 3d quantisiert ist, gilt Arg. in 3d immer; in 2d gilt es nur, wenn Parität nicht verletzt wird

---

Zurück z. Formalismus

$$\psi(\varphi_1, \dots \varphi_N) = \mathcal{H} \otimes \dots \otimes \mathcal{H}$$

$$\left.\begin{matrix}\mathcal{A}\\ S\end{matrix}\right\} = \frac{1}{N!}\sum_{\pi} \begin{Bmatrix}\mathrm{sign}(\pi)\\ 1\end{Bmatrix} P_{\pi}$$

$\mathcal{A}^2 = \mathcal{A}$ $\mathcal{A}^+ = \mathcal{A}$

$S^2 = S$ $S^+ = S$

$\mathcal{H}^{(F)} = \mathcal{A}\, \mathcal{H}^{(N)}$ unterscheidbar

$\mathcal{H}^{(B)} = S\, \mathcal{H}^{(N)}$

sei $|\varphi\rangle$ Basis v. $\mathcal{H}$ // φ_i sind hier qs, $\varphi_i \neq \varphi_j$

Basis $\mathcal{H}^{(F)}$: $\sqrt{N!}\,\mathcal{A}\,|\varphi_1, \dots \varphi_N\rangle = |\varphi_1, \dots \varphi_N\rangle^F_{id}$

$\mathcal{H}^{(B)}: \sqrt{\frac{N!}{n_1! \cdots n_n!}}\; S\,|q_1, \dots q_N\rangle$

N, Partite von $n_1, \dots n_n$

$$\| S | q_1 \; \dots \; q_N \rangle \|^2 = \sum_{\pi} \cancel{\sum_{\pi'}} \langle q_{\pi'_1} \dots q_{\pi'_N} | \frac{1}{N!} \cancel{\frac{1}{N!}} | q_{\pi_1} \dots q_{\pi_N} \rangle$$

$$\pi' = \pi'' \cdot \pi$$

Summe kann man wegen Gleichheit v. Permutationen killen

$$= \frac{1}{N!} \; n_1! \; \dots \; n_r!$$

// Normierungsfaktor f. N-Teilchen Bose Zustände

// Schreibung als Slater Determinante

$$\psi_A(q_1, \dots q_N) = \sqrt{N!} \; \mathcal{A} \underbrace{| q_1 \dots q_N \rangle}_{|q_1\rangle^{(1)} \otimes \dots \otimes |q_N\rangle^{(N)}} =$$

// Positionsinfo v. Tensorprod. d. Index ersetzt!

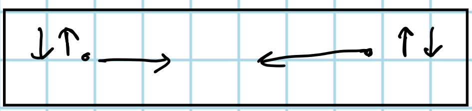
$$\underbrace{\frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} |q_1\rangle^{(1)} & |q_1\rangle^{(2)} & \dots & |q_1\rangle^{(N)} \\ |q_2\rangle^{(1)} & |q_2\rangle^{(2)} & \dots & |q_2\rangle^{(N)} \\ & & & \\ |q_N\rangle^{(1)} & \dots & & |q_N\rangle^{(N)} \end{vmatrix}}_{\mathcal{A} | \dots \rangle}$$

// Antisymmetrisier-Op. als Determinante geschrieben (Permutante??)

$$(\psi_B(q_1 \dots q_N) = \sqrt{} \; S | \quad \rangle)$$

$e^- - e^-$ Streuung

// Effekt nur bei ununterscheidbaren Teilchen!! e^- müssen auch gleichen Spin haben!



$$u_{as} = \left(e^{ikx}\right)_{as} + f(k, \theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

// Müssen es symmetrisieren (WF) damit es mit Austausch zusammen-passt
// antisymm. .

+ d/S → modifizierten Streuansatz

$$u_{\{S, A\}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left(\underline{\underline{e^{i\vec{k}\vec{x}}}} \pm e^{-i\vec{k}\vec{x}} \right) + \left(\underline{\underline{f(\theta)}} \pm f(\pi - \theta) \right) \frac{e^{ikr}}{r} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right) \right)$$

„einfallendes" „Teilchen auf d. rein schießen"

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| f(\theta) \pm f(\pi - \theta) \right|^2}$$

weg ununtersch. muss man beide nehmen!

$$// \; |\varphi_1 \varphi_2\rangle_{id} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\varphi_1 \varphi_2\rangle - |\varphi_2 \varphi_1\rangle \right)$$

// siehe Anfang d. Vorl.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\# / s \, (d\Omega)}{\text{stion} = \# / m^2 s}$$