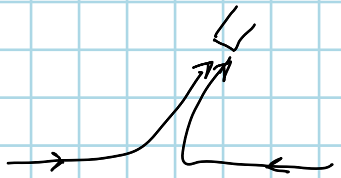
Quanten II VO 14.05.08

$\underline{e^-}$ $\underline{e^-}$ Streuung

$$u_{S/A} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{i\vec{k}\vec{x}} \pm e^{-i\vec{k}\vec{x}}\right) + \left(f(\theta) \pm f(\pi-\theta)\right)\frac{e^{ikr}}{r} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left|f(\theta) + f(\pi-\theta)\right|^2 \qquad \text{QM}$$



klassisch: $|\ldots|^2 + |\ldots|^2$

Detektor kann nicht unterscheiden

(r, θ, m)

$$|u\rangle = \begin{cases} \underbrace{u_S(\vec{x})\,\chi_S}_{\text{singulet}} \\ \underbrace{u_T(\vec{x})\,\chi_T}_{\text{triplet}} \end{cases}$$

$$\chi_S = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle\right)$$

$$\chi_T = \begin{cases} |\uparrow\uparrow\rangle \\ \left(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle\right)/\sqrt{2} \\ |\downarrow\downarrow\rangle \end{cases}$$

ein	aus	
↑	↑	// ist ein singulett
↓	↑	// entw. sing. od tripl.

$$\boxed{\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_S &= \left|f(\theta) + f(\pi-\theta)\right|^2 \\ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_T &= \left|f(\theta) - f(\pi-\theta)\right|^2 \end{aligned}}$$

e^- sind Fermionen

$$|\varphi_1\,\varphi_2\rangle_{id} = -|\varphi_2\,\varphi_1\rangle_{id}$$

$$|x_1\,m_1\,x_2\,m_2\rangle_{sing} = -|x_1\,m_2\,x_2\,m_1\rangle_{sing}$$

$$\xrightarrow{\text{Ferm}} = -|x_2\,m_2\,x_1\,m_1\rangle_{sing}$$

// Spinwert ist antisymm.

// Ortsvertausch muss symm. sein

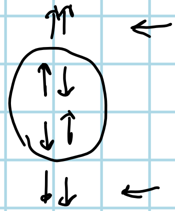
unpolarisiert

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{unpol} = \frac{3}{4}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_T + \frac{1}{4}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_S$$

$$|f(\theta) \pm f(\pi-\theta)|^2 = |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2 \pm \underbrace{\left(f(\theta) f^*(\pi-\theta) + f^*(\theta) f(\pi-\theta)\right)}_{2 \cdot \mathrm{Re}\, f(\theta) f^*(\pi-\theta)}$$

man findet die Korrektur bzw. bei unpol. T.

$$\boxed{\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{unpol} = |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2 - \mathrm{Re}\, f(\theta) f^*(\pi-\theta)}$$

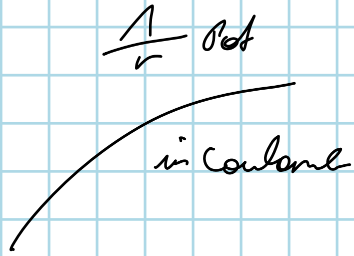


Einsetzen in Coulomb Streuung

Im Interferenzterm kommt die Korr. f. id. Teilchen vor!

Mott Streuung

$$f(\theta) = \frac{-\gamma}{2k \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} e^{i\left(2\sigma_0 - \gamma \log \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}$$

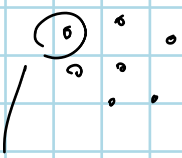


$$f(\pi-\theta) = -\frac{\gamma}{2k \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} e^{i\left(2\sigma_0 - \gamma \log \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}$$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{unpol} = \frac{\gamma^2}{4k^2}\left(\frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{1}{\cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} - \frac{\cos\left(\gamma \log \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)$$

10.3 : Selbstkonsistente Felder + Hartree Fock

viele e^- → Festkörper
→ Atom mit $Z \gg 1$



man nimmt $1\ e^-$ heraus und nimmt an es wäre im effektiven Potent. vom Rest

damit löst man dann die SGL f. 1 Teilchen und setzt es wieder rück ein - schaut ob das Pot. passt.

→ Hartree-Fock

Zuerst Hartree Verfahren

e^- $\cdot e^-$

O Kern

$$H = \sum_{i=1}^{N} (\overset{E_{kin}}{T_i} + \overset{E_{pot}}{V_i}) + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} W_{ij}$$

Wechselwirkungsterme

$$= \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m} - \frac{Ze^2}{r_i} \right) + \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|}}_{\sum_{i<j} \frac{e^2}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|}}$$

es gibt keine WW zw. 3 Teilchen
(angenommen)

$$H = \overset{\text{Einteilchen } H}{H^{(1)}} + H^{(2)} \text{ — WW } H$$

Hartree Variationsverfahren:

$$\underbrace{\text{Familie an Wellenfunktionen}}_{\text{Produkte — Näherung — Einschr. auf Prod WF}}$$

$$|\psi\rangle = |\varphi_1(x)\rangle |\varphi_2(x)\rangle \cdots |\varphi_N(x)\rangle$$

Randbed: $\langle \varphi_i | \varphi_j \rangle = \delta_{ij}$ WF sind Orthonormiert

Mit dem Lagrangemultip. (ε_{ij}) wird die RB eingebaut

$$\Rightarrow E(\varphi, \varepsilon_{ij}) = \langle \psi | H | \psi \rangle + \sum \varepsilon_{ij} (\delta_{ij} - \langle \varphi_i | \varphi_j \rangle)$$

Variation d. Energie

$$\frac{\delta E}{\delta \varepsilon_{ij}} = \delta_{ij} - \langle \varphi_i | \varphi_j \rangle = 0$$

$$\delta E = \ldots$$

$$|\varphi_i\rangle \rightarrow |\varphi_i\rangle + \delta |\varphi_i\rangle$$