Quanten II 21.05.08

Vielteilchen fertig

$$\mathcal{F} = \mathcal{H}_0 \otimes \mathcal{H}_1 \otimes \dots \mathcal{H}_N \xrightarrow{a^+} \otimes$$

$$|n_{i_1} \dots (n_i) \dots n_{i_L}\rangle$$

$$\underbrace{\sqrt{N+1}\; S|\varphi_i\rangle \otimes}_{a_i^+}$$

$$|n_{i_1} \quad (n_i+1) \quad n_{i_L}\rangle$$

$$\sqrt{\cancel{N+1}\; n_i+1}$$

// miteinand vertausch.

$$[a_i, a_j^+] = \delta_{ij}\, \mathbb{1}$$ // Bosonen

$$\{b_i, b_j^+\} = \delta_{ij}$$ // Fermionen

$$H = H^{(1)} + H^{(2)}$$

$$\sum (V_i + T_i) + \sum V_{ij}$$

$$N^{(B)} = \sum_i a_i^+ a_i$$

$$N^{(F)} = \sum_i b_i^+ b_i$$

1 Teilchen: $H = \underbrace{\hbar\omega_i}_{\varepsilon_i} N_i^{(B)} = \sum \underbrace{\hbar\omega_i}_{\langle i|H|i\rangle} a_i^+ a_i$

wenn V nicht diag ist kann man V nur auf 1 T wirken lassen: $V = \langle i|V|j\rangle a_i^+ a_j$ i: welcher Zustand?

killt zuerst ein T & erzeugt es dann wieder

2 Teilchen: $W = \frac{1}{2} \sum \langle ij|W|kl\rangle a_i^+ a_j^+ a_k a_l$

Quantis. d Strahlungsfelds: $(\partial_t^2 - \Delta)\phi$ $\partial_t \phi$

$$\Box A_\mu - \partial_\mu \partial_\nu A^\nu = 0$$

Maxw. im ladungsf. Raum

Photonfeld

Coulomb Eichung: $\vec{\nabla}\vec{A} = 0$

$\phi = A^0$ keine Ladungen $\Delta\phi = 0$

$\downarrow$

Strahlungseichung $\phi = 0$

$\Box \vec{A} = 0$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c}\dot{\vec{A}}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$$

Longitudinal $= 0$

$$\vec{A} = \int d^3k \left(\vec{a}_k\, e^{ikx - \omega t} + \vec{a}_e\, e^{\dots}\right)$$

$$H = \underset{T}{E^2} + \underset{V}{B^2}$$

$L \to \infty$ Kontinuum

$V = L^3$

periodische RB $\vec{A} = \sum_{\vec{n}\in\mathbb{Z}^3}\sqrt{\cdot}\;\cdot\left(\vec{a}_k \dots\right)$

Problem 3er Vektor $\vec{a}_k$ $\boxed{\vec{a}_k = \sum_{i=1,2}\hat{\varepsilon}_i\, a_i(k)}$

$$\vec{A} = \sum_{\vec{n}}\sum_{\lambda=1,2}\sqrt{\ }\left(a_{k\lambda}\, e^{i(kx-\omega t)} + c.c.\right)\hat{\varepsilon}_{k\lambda}$$

// E & B einsetzen

$$H = \frac{1}{8\pi}\int_V d^3x\left(\vec{E}^2 + \vec{B}^2\right) = \frac{1}{2}\sum_{\vec{n},\lambda}\hbar\omega\left(a_{k\lambda}a^*_{k\lambda} + a^*_{k\lambda}a_{k\lambda}\right)$$

jede Oszill. ist 1 Mode im Hohlraum ...

so schaut das Photonfeld aus // klassisch

bekommt man d. Fourier Trafo

QM: $a_{k\lambda} \to a_{k\lambda}$

$a^*_{k\lambda} \to a^\dagger_{k\lambda}$

$\{a_{kL}, a^*_{k'L'}\}_{PB} = \delta_{kk'}\delta_{LL'}$ // klassisch

$\to [a_{kL}, a^+_{kL}] = \delta_{---}$

$\to$ Photon Zustand : $| n_{\vec{k}, L} --- \rangle$

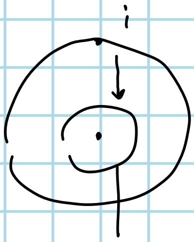
kohärente : alle schwingen gleich

Photon - Besetzungszahlen

a^+

$|i\rangle$

i



f

Übergang : $\langle f_{(n+1)} --- | \quad | i, n_i \; --- \; n_i \rangle$

$\sqrt{n_i+1}$

f: final e^-

i : initial

a^+

Vakuum $\langle f, 1 --- | \; | i, 0000\rangle$

// Matrix element ist $\sqrt{n_i+1}$ W! ist Quadrat

Vernichtung ($\sqrt{n_i}$) siehe Kopien & Skript

$H = ... (p - \frac{e}{c}A)^2 \to \vec{p}\vec{A}$

es gibt induzierte Emission & Absorption

spontane Emiss..

Phononfeld

es gibt kollektive Anregungen

$$H = \sum_{l=1}^{L} \frac{p_l^2}{2m} + \sum \phi_{kl} x_k x_l$$

↓ diagonal.

$$= \sum \underbrace{p^2 + x^2}_{\alpha, \alpha} = \sum \hbar\omega \Big(\overset{\text{QM}}{a_i^+ a_i + \tfrac{1}{2}}\Big)$$

Feld:

$$\phi(x) = \sum \left(e^{ikx} a_i(k) + e^{-ikx} a_i(k) \right)$$

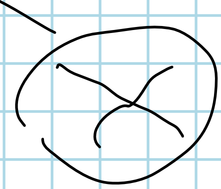
WW d Phononen sind lokal

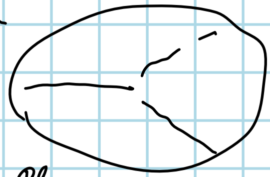
Feld ist aber fourier analysiert

$$H = H^{free} + \phi^3 + \phi^4$$

1 Teilchen

Phononen Streuung





Phononen Erz./Vern.