Statistik VO 7.5.08

Transpositions Op.

Bosonen $\psi(x,y) = \psi(y,x)$

Fermion: $\psi(x,y) = -\psi(y,x)$

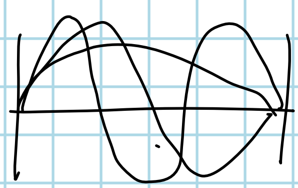
Slater Determinanten ...

Besetzungszahldarstellung ...

Fockzustand: Alle möglichen Moden im Oszillator

$| \lfloor \omega_0 \rfloor, \lfloor \omega_1 \rfloor, \lfloor \omega_2 \rfloor \dots \lfloor \; \rfloor \rangle$

Moden: Frequenzen im Oszillator



l

2. Quantisierung n_0 Anz. d. Teilchen in diesem Zustand

Boson Fermion

$$\frac{|\psi\rangle \otimes |\phi\rangle}{|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle} \qquad |m_1, m_2 \dots\rangle$$

$\otimes: |n_1, n_2 \dots m_1, m_2 \dots\rangle$

$|n_1, \dots\rangle$

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \propto \begin{vmatrix} \phi_1(\vec{r}_1) & \phi_1(\vec{r}_2) \\ \phi_2(\vec{r}_1) & \phi_2(\vec{r}_2) \end{vmatrix} = \phi_1(\vec{r}_1)\,\phi_2(\vec{r}_2) - \phi_2(\vec{r}_1)\,\phi_1(\vec{r}_2)$$

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ // 3 Regeln f. d. Operator

$$\boxed{[b_n^+, b_m^+]_+ = \{b_n^+, b_m^+\} = 0}$$ // Kommut./Antikomm.

$$= b_n^+ b_m^+ + b_m^+ b_n^+ = 0$$

$$\psi(x) = \sum \psi_n(x)\, b_n$$

Ausdruck d. Pauli Verbots ist:

$*_3$ — siehe §3

$n = m: \quad [b_n^+, b_n^+]_+ = 2 b_n^+ b_n^+ = \emptyset$ ... Form des Ausdruck d. Pauli-Verbots

$$\boxed{[b_n, b_m]_+ = 0} \qquad \boxed{[b_n, b_m^+]_+ = \delta_{nm}}$$

b sind Erzeug.- & Vernicht.-Ops

Kasteln sind Forderungen!

Fermionen haben Antikommutator

Operatoren sollen Spin-Statistik Forderungen erfüllen

Wir haben keine skalare WF wie vorher bei Slater Dets. sondern

ψ: ... ?

Eigenzustände v. $b_n^+ b_n$?

$$b^+ b\, |N\rangle = \underset{\text{Eigenwert}}{N}\, |N\rangle$$

$$(b^+b)(b^+b) = b^+ \underbrace{b b^+}_{1 - b^+ b} b = *_1$$

n sind die Moden

$$b_n b_n^+ + b_n^+ b_n = 1$$

keine Summe s. 1 Mode

// Spielt sich nur in 1 Mode ab deshalb n weggelassen

$$*_1 = b^+(1 - b^+ b)\, b = b^+ b - \underbrace{b^+ b^+}_{\emptyset} \underbrace{b b}_{\emptyset}$$

$$\Rightarrow (b^+ b)^2 = b^+ b \longrightarrow \text{Es ist ein Projektor}$$

$$(b^+ b)^2 |N\rangle = N^2 |N\rangle$$

$$\underbrace{(b^+ b)}_{\hat{N}} |N\rangle = N |N\rangle \Rightarrow N^2 = N \Rightarrow N = 0, 1$$

$$b^+ b\, |0\rangle = |0\rangle$$

$b_n^+ |0\rangle = |1\rangle$

$\hat{N}\, b^+ |N\rangle = b^+ b\, b^+ |N\rangle = b^+(1 - b^+ b)|N\rangle$

$= b^+(1-N)|N\rangle$

$= (1-N)(b^+|N)$

$= (1-N)|1-N\rangle$

$\Rightarrow b^+$ ist Erzeugungs Op.

// $*_3$: Für Bosonen ergibt d. Kommutator $\emptyset = \emptyset$ $\rightarrow$ es gibt Teilchen mit gl. Zustand

$b_m^+ |n_m\rangle \overset{\text{Boson}}{\propto} |n_m + 1\rangle$

$b_m |n_m\rangle \propto |n_m - 1\rangle$

$b|0\rangle = \emptyset$