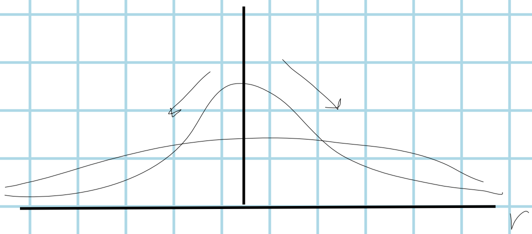
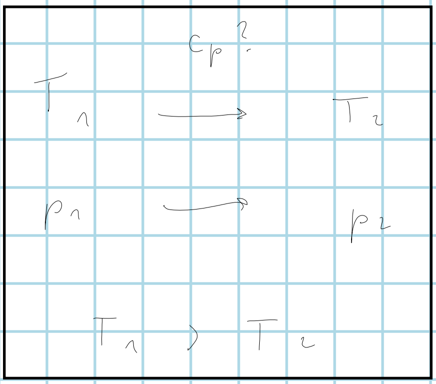
Statistische Phys. II 18.11.

Transporttheorie



$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$



$$pV = N k_B T$$

$$\underbrace{\frac{V}{N}}_{\frac{1}{n}} = \frac{k_B T}{\underset{\text{const}}{p}}$$

Dichte

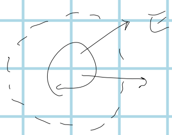
$$\boxed{c_p = \frac{5}{2} k_B}$$

oft konstant

oder

$c_p = c_p(p)$

// $c_p(n)$

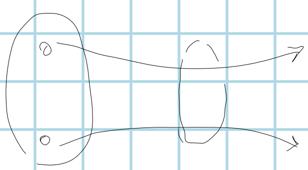


2.1 Boltzmann Gl.

Langevin zum Vergl: $\dot{v} = -\gamma v + A(t)$

→ Best. von Transportkoeff.

Boltzmann: Verdünntes Gas – schwache WW zw. T



passiert nicht oft

kein GGW

Stöße relaxieren das Gas zum GGW — Verteilung wird breiter (siehe oben)

N Teilchen

$$H^N = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i^2}{2m} + V^N(\vec r_1, \dots \vec r_N)$$

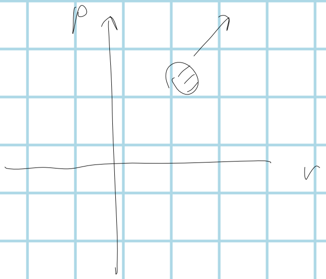
Verteilungsfkt. $f^N(\{\vec r_i, p_i\}, t)$ im Γ Raum

Liouville Gl.: $$\frac{\partial}{\partial t} f^N = -\sum_i \left\{ \frac{\partial H^N}{\partial \vec p_i} \cdot \frac{\partial f^N}{\partial \vec r_i} - \frac{\partial H^N}{\partial \vec r_i} \frac{\partial f^N}{\partial \vec p_i} \right\}$$

Poisson Klammer (rechte Seite!)

Linke Seite ist die totale Zeitableitung

$$\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{\vec r_i, \vec p_i}$$



Fluss im Phasenraum

$$\frac{df}{dt} = 0$$ Phasenraum Volumen ist konserviert

Dynamik im μ-Raum:

$3(N-1)$ Integrieren $\rightarrow$ Einteilchendichte kommt raus!

$$f(\vec r_1, \vec p_1, t) = \iint d\vec r_2\, d\vec p_2 \;\cdots\; d\vec r_N\, d\vec p_N\, f^N$$

$$= \iint d\vec r_1\, d\vec p_1\, d\vec r_3\, d\vec p_3 \;\cdots\; d\vec r_N\, d\vec p_N\, f^N$$

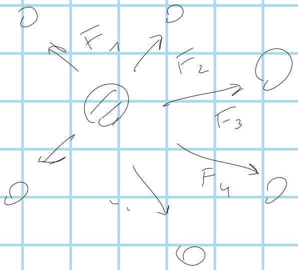
// Wenn alle T identisch sind

$$f^N = c\, e^{-\beta\left(\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + \dots \frac{p_N^2}{2m}\right)}$$ c: Normierungskonst

$$= c \prod_{i=1}^{N} e^{-\beta \frac{p_i^2}{2m}}$$

$$f(\vec{p},\vec{r},t) = c' \, e^{-\beta \frac{p^2}{2m}}$$

$$\sum_i \vec{F}_i$$



reduzierten Hamilton

f 1 T

V weglassen

$$\{H^N, f^N\} = \left\{\frac{p_1^2}{2m}, f^N\right\} + \sum_{i=2}^{N} \left\{\frac{p_i^2}{2m}, f^N\right\} = \emptyset$$

$$+ \{V^N, f^N\} = *_1$$

Erklärung mit nicht WW-T

$$\left\{\frac{p_i^2}{2m}, f^N\right\} = \left\{\frac{p_i^2}{2m}, C \prod_{j=1}^{N} e^{-\beta \frac{p_j^2}{2m}}\right\}$$

// rechten T kommutiert wenn $j \neq i$ $\Longrightarrow$

$$= \left\{\frac{p_i^2}{2m}, e^{-\beta \frac{p_i^2}{2m}}\right\} \cdot C \prod_{j \neq i} e^{-\beta \frac{p_j^2}{2m}}$$

$$\int d^3 p_i \left\{\frac{p_i^2}{2m}, e^{-\beta \frac{p_i^2}{2m}}\right\}$$

$$= \int d^3 p_i \underbrace{\partial_t f(\vec{r}_i, \vec{p}_i, t)}_{= \emptyset}$$ weil stationär

$*_1 = \{V(\vec{r}, t), f\}$ // Entspricht WW zwischen beobt. T. & anderen T

$$\frac{d}{dt} f(\vec{r}, \vec{p}, t) \neq 0 !$$ // reduzierte

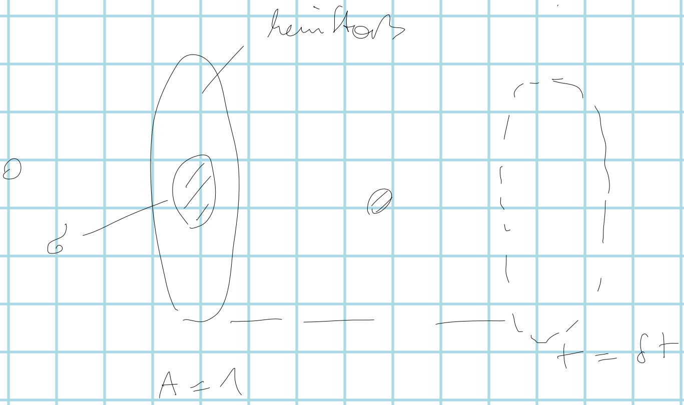
weil $\partial_t f = -\{H, f\} + R(t)$

Phasenraumv. ist nicht konserviert

Boltzmann Gl.: Effekt v. Stoßen in Liouville Gl. inkludiert

N_{out} berechnen V_{eff}: Vol. in dem T stoßen

Streuquerschnitt



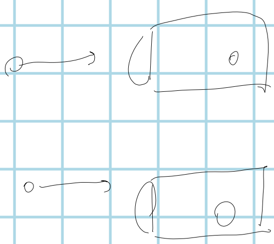
$\sigma = \frac{\sigma}{A=1}$

Wahrsch. f. Stoß

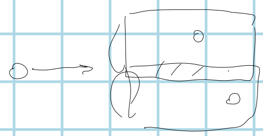
σ eig. auf Fl. normiert

$\boxed{\delta t = 1}$

2T



Problem:



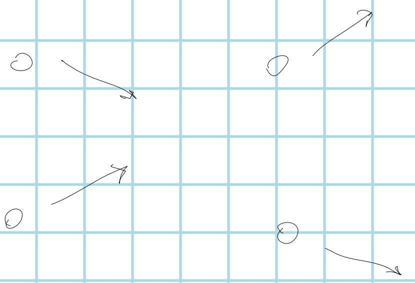
Überlappen bei hohen T-Dichte

→ Stoß zw. 3 Teilchen

→ anderen Streuquerschnitt

Für Boltzm. gl. beobachtet man T die weit genug entfernt sind

In / Out Unterschied: p & p' vertauscht!



$$\vec p_1 + \vec p_1' = \vec p + \vec p_1$$

$$\frac{1}{2m}\left(\vec p'^2 + \vec p_1'^2\right) = \frac{1}{2m}\left(\vec p^2 + \vec p_1^2\right)$$

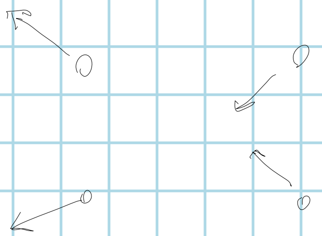
$$(\vec p' + \vec p_1')^2 = (\vec p + \vec p_1)^2$$ // Betrag

$$p'^2 + p_1'^2 + 2\vec p'\vec p_1' = p^2 + p_1^2 + 2\vec p\vec p_1$$

$$2\vec p'\vec p_1' = 2\vec p\vec p_1$$

$$\vec p'^2 + \vec p_1'^2 - 2\vec p'\vec p_1' = p^2 + p_1^2 - 2\vec p\vec p_1$$

Zeitumkehr,



$f = f(\vec r, \vec p, t)$

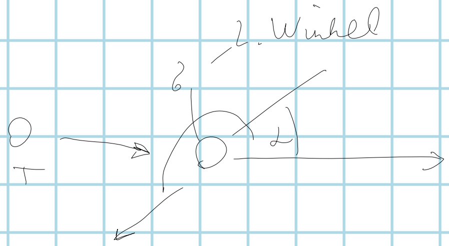
$f_1 = f(\vec r, \vec p_1, t)$

Kein Stoß wenn Impuls gleich ist!

Energie-Erhaltung: 1 δ-Fkt

Impuls-Erh.: 3 δ-Fkt   x y z

9-Fach $\int$ − 4 δ = 5 $\int$ = 2 Winkel + d^3p



Es kann entw. in α od

β gestreut werden

$$f^2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2, t) \simeq f(\vec{r}_1, \vec{p}_1, t)\, f(\vec{r}_2, \vec{p}_2, t)$$

Weil es nicht sehr viele WW gibt