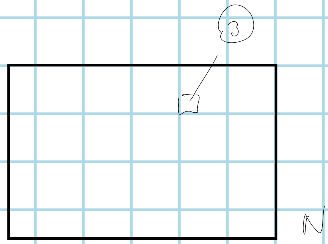
Statistik II 25.11.

Boltzmann Gl. lösen ...



$f^N: \quad \dfrac{d f^N}{dt} = \emptyset$

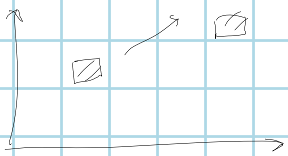
von mehreren auf 1 T - Bild wechseln ??

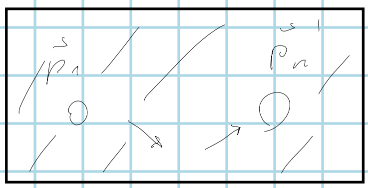
$f: \quad \dfrac{df}{dt} \neq \emptyset \qquad f(\vec{r}, \vec{p}, t)$

$\Gamma: H^N = \sum_{i=1}^{N} \dfrac{p_i^2}{2m} + V^N \implies H = \dfrac{p^2}{2m} + V(\vec{r}, t)$ $\nearrow f$

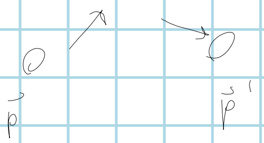
$\partial_t f = \left\{ \dfrac{p^2}{2m}, f \right\} - \{ V, f \}$ $\nearrow f$

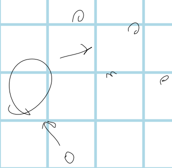
$\dfrac{df}{dt} = \text{Stoßterm}$





$f(\vec{r}, \vec{p}, t)$





$\dfrac{d}{dt} v = -\gamma v + \underset{\sim}{A(t)}$

$\text{Stoßterm} = -\int d^3 p_1 \, d^3 p' \, d^3 p_1' \; \sigma \frac{1}{m} |\vec{p} - \vec{p}_1| \, \underset{\sim}{(f f_1 - f' f_1')}$

Boltzmann'sches H-Theorem

$S(N, V, T) = k_B \int d^{3N} r \, d^{3N} p \; f^N \ln f^N$

$f \xrightarrow[t \to \infty]{} f^0$

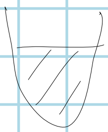
Entropie in der TD $\longrightarrow$ H

$H(t) = \iint \; \ldots$ siehe Skript

$$\partial_t (f \ln f) = (\partial_t f) \ln f + f \frac{1}{f} \partial_t f = \partial_t f (\ln f + 1)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{r} = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}} = \frac{\vec{p}}{m} \qquad \frac{d}{dt} \vec{p} = \emptyset \qquad // \text{ohne } V$$

mit harmonischen V :



$$\frac{d}{dt} \vec{p} = - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} V(\vec{r})$$

$$\int d^3 r \, d^3 p \quad f = N \qquad // \text{ Normierung}$$

1. Term ist $= \emptyset$ wenn es außen keine T gibt (∞)

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} (f \ln f) \qquad // \quad \text{Gauss}$$

2. Term

$$\frac{d f}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \{ H , f \} = \text{Stoßterm}$$

dot N ist konserviert !!

Austausch der Teilchen $\quad 2|1 \quad \vec{p}$ $\qquad$ σ: Streuquerschnitt

$\rightarrow$ gleiches Ergebnis $\quad 1|2 \quad \vec{p}_1$

$$\sigma (\vec{p} , \vec{p}_1 \rightarrow \vec{p}' , \vec{p}_1') = \sigma (\vec{p}_1 , \vec{p} \rightarrow \vec{p}' , \vec{p}_1')$$

$$f \, f_1 \rightarrow f_1 \, f$$

$$\frac{d}{dt} H = \cdot \text{ ---} \sim \quad \leq \emptyset$$

siehe vorher

$$S = -k_B \int d^3r\, d^3p \;\; \rho \ln \rho$$

$$S(N,V,T) = -k_B \int d^{3N}r\, d^{3N}p \;\; f^N \ln f^N$$

$$H(t) = \int d^3r\, d^3p \;\; f(\vec{r},\vec{p},t) \ln f(\vec{r},\vec{p},t) = -\frac{1}{k_B} S$$

H : abnehmende Fkt.

$$\partial_t w = \partial_v (\alpha_1 w) + \frac{1}{2} \partial_v (\alpha_2 w)$$

$$\| \;\; \cdots e^{-\beta \frac{p^2}{2m}} \qquad e$$

Impuls & Energieerhaltung

$\rightarrow$ f erfüllt Maxw. Boltzm. Gl.

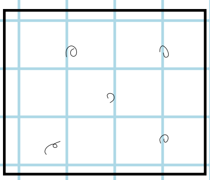
elastischer Stoß ist reversibel in der Zeit

Hier: Prozess ist reversibel jedoch S nimmt zu oder ab! Loschmidt Paradoxon

Warum? Unterschied: $\Gamma : f^N$

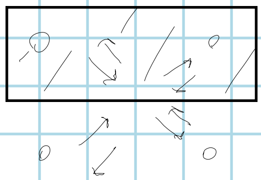
$\mu : f$

Γ:



$H^N = \text{const}$

$$\Rightarrow \quad \frac{d}{dt} f^N = \emptyset \quad \Rightarrow \text{reversibel}$$

μ, f  (siehe vorher)

// wenn man sich nur die Dynamik anschaut (nur einer Hälfte), macht die unbekannte Kraft den Kor- stochastisch

ges. System ist ein mikrokanon.

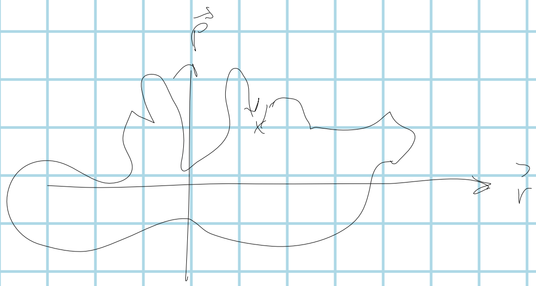
// $f^N = \delta(H - E_{total})$

Man sieht jedoch nur ein Subsystem $N = 1$ // konserviert

Es gibt jedoch Austausch von Energie!! $\longrightarrow$ Subsystem ist kanonisch!!

(nicht isoliert)

Poincare Reversibel Theorem



Nach sehr langer Zeit geht es wieder auf AB zurück

// Energieaustausch wird nach sehr langer Zeit vernachlässigbar

Korrespondenz - Prinzip

$\hat{n}_k$: Wie viele T man mit $\hat{k}$ hat!

$\sum_k$

$Sp(\cdot -) = \emptyset$

// es gibt keinen Stoß wenn sich Impuls nicht ändert

Impulsübertrag

$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{\delta}$$

$$\vec{k}_1' = \vec{k}_1 - \vec{\delta}$$

$\rightarrow$ Fermis goldene Regel

$$c_n(t) = V_{ni} \int_0^t dt' \, e^{-i\omega_n t}$$

$$\frac{1}{t} |c_n(t)|^2$$

// siehe Herleitung Quanten I

Boltzm. Gl.: Einlaufender & auslaufender Fluss

$$+ \sum_k \dots$$

Auch Streuung mit Phononen berücksichtigt – nicht nur mit e^-

vorher: $f(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_1, \vec{p}_2, t) \sim e^{-\beta\left(\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + V\right)}$

$$= e^{-\beta\frac{p_1^2}{2m}} e^{-\beta\frac{p_2^2}{2m}} \sim \cancel{\phi}$$

F–P: $\partial_t w = -\partial_v(\alpha_1 w) + \frac{1}{2}\partial_v^2(\alpha_2 w)$